

Omloopsnelheid en zwaartekrachtversnelling

Een beknopte kritische beschouwing
over satellieten en omloopbaan

Begin 2016 ben ik een tijdje verstrikt geraakt in allerlei gedachten en beslommeringen omtrent de GPS satellieten. Ik had een paar maanden ervoor vernomen, dat de GPS satellieten in een baan op zo'n 20000 km boven het aardoppervlak om de aarde draaien en een signaal uitzenden waarmee een ontvanger kan rekenen.

Het resultaat van mijn intellectueel geworstel is hier te vinden : [Hoe de zoektocht begon](#)

Tegen het einde van m'n stukje blijkt dat ik me behoorlijk heb zitten ergeren aan wat mij voorkwam als zeer verwerpelijk wetenschappelijk gekonkel en schrijf, nogal verontwaardigd:

Mijn opstandigheid neemt verontrustende proporties aan en ik denk in mijn niet meer te stuiten balorigheid: "Lulkoek! Als de gravitatie niet wordt tegengewerkt door een motortje, dan zal zo'n object onherroepelijk als een baksteen naar beneden storten!"

Daar staat wat ik in mijn boosheid aanvoelde met een aan zekerheid grenzende intuïtie. Maar, eerlijk is eerlijk, het was een kreet, een tirade, een bewering gedekt door geen enkele demonstratie.

Maar het beeld van een eeuwig om de aarde draaiende satelliet, zonder noemenswaardige motor en brandstof, dat beeld liet me niet los.

En ik dacht: Een Boeing heeft een kolossale hoeveelheid brandstof nodig om van Amsterdam naar New York te kunnen vliegen. OK, een vliegtuig moet altijd tegen de door zijn eigen snelheid opgewekte luchtstroom vechten. Maar, veel belangrijker, hij wordt ook gedragen door de lucht. Een GPS satelliet wordt gedragen door niets, heeft motor noch brandstof en vliegt niet het betrekkelijk korte afstandje, zo'n 6000 km als ik me niet vergis, van Amsterdam naar New York. De eerste GPS satelliet is gelanceerd in 1978 en draait sindsdien per dag twee keer om de aarde in een baan op zo'n 20000 km boven het aardoppervlak. De straal van de omloopbaan is dus pakweg 26000 km. Als we even rekenen:

$$\text{Omloopbaan} = 2 \pi R = 2 * 3,14 * 26000 = 163280 \text{ km}$$

Zo'n satelliet legt dus een afstand van $2 \times 163280 = 326560$ km per dag af en de eerste GPS satelliet heeft nu zo'n $326560 \times 365 \times (2017-1978) = 4\ 648\ 581\ 600$ (4,6 miljard!!) km op z'n tellertje staan. Zonder brandstof, zonder motor, zonder onderhoud, zonder ook maar één druppeltje olie of koelwater. Daar kan mijn auto niet tegenop!

Enfin, alle gekheid op een stokje. Laat ik serieus blijven. Uit de reacties op mijn vorige stukje is gebleken, dat de gemiddelde lezer weinig gevoel voor humor heeft en maar één ding wil zien: harde feiten, gepresenteerd in een streng wetenschappelijk betoog. Die strenge wetenschap is in mijn ogen hoog verdacht geworden en ik heb er sinds twintig jaar steeds minder respect voor, maar ik zal m'n best doen en proberen uw

verwachtingen, hooggeachte lezer, niet voor de tweede keer bitter teleur te stellen.

Het lijkt me nuttig, om van meet af aan duidelijk te stellen wat mijn uitgangspunt is. Niets is meer frustrerend dan tijdens een oorspronkelijk veelbelovend debat te ontdekken dat men totaal langs elkaar heen praat, elk vanuit een andere aanname.

Ik stel hier, in termen begrijpbaar voor iedereen, dat, in het model van Isaac Newton, twee krachten op een satelliet werken om deze in zijn omloopbaan houden. Te weten:

1. De zwaartekracht of gravitatie: Deze trekt de satelliet naar binnen, naar de aarde. Feitelijk naar het centrum van zijn omloopbaan.
2. De middelpuntvliedende kracht: Deze trekt de satelliet naar buiten, de ruimte in.

In de natuurkundeles wordt vaak de vergelijking gemaakt met een steen die men ronddraait aan een touwtje. De steen wil wegvliegen, maar het touwtje houdt dat tegen.

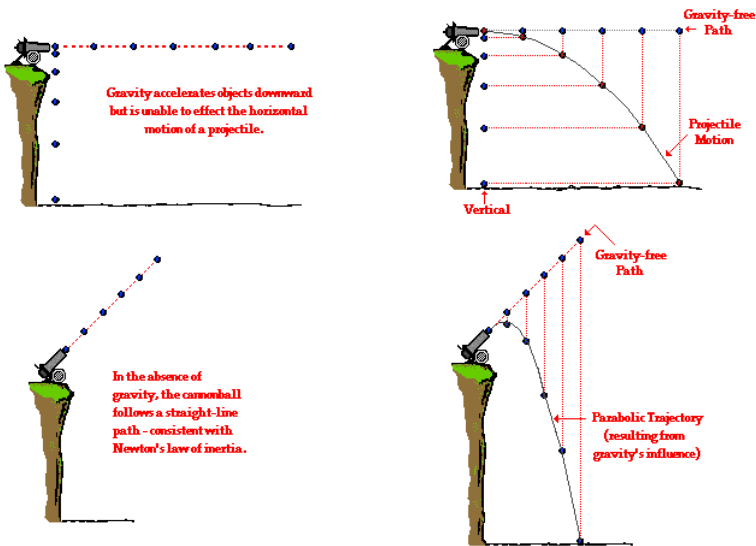
Kunt u me tot hier volgen, beste lezer? Zo niet, dan raad ik u aan door te gaan met waar u tot voor kort mee bezig was. Dat is veel leuker en dit verhaal wordt toch maar steeds ingewikkelder.

Zo, die zijn weg. Nu kunnen we verder gaan met dit

onderonsje, de nu nog aanwezig zijn het met me eens. Ik hoef geen blad meer voor de mond te nemen in de angst dat het te moeilijk wordt. En degene die dapper is blijven zitten, ja, die moet nu wel z'n ogen en oren open houden en geconcentreerd bij de les blijven!

Laten we eens stil blijven staan bij die steen aan het touwtje en er een stelling bijhalen uit de ballistiek:

Twee loodrecht op elkaar staande krachten kunnen elkaar niet beïnvloeden.



Horizontale verplaatsing:

De per seconde afgelegde afstand is constant.

Vertikale verplaatsing:

De per seconde afgelegde afstand neemt toe, elke seconde 10 m/s meer

Ik stel voor eens wat simpele gedachten experimenten te doen. Daar was Isaac Newton, volgens de overlevering, ook dol op en dat soort experimenten zijn, zegt men, de oorsprong van zijn zwaartekrachtwetten.

Laten we de beginsnelheid (in het geval van een kanonskogel, de snelheid waarmee deze de loop van het kanon verlaat) van ons projectiel **S** noemen. We nemen aan dat de kogel enkel onderhevig is aan traagheid en zwaartekracht en we zullen afzien van luchtwrijving en andere het experiment onnodig complexer makende fenomenen.

Laten we stellen, dat het projectiel zich gedurende een tijd **T** verplaatst.

Laten we het door de kogel gevlogen traject opsplitsen in een Inertie (of traagheid)component **I** en een **Zwaartekracht** component **Z**. Omdat het kanon de kogel kan afvuren onder een variable hoek, moeten we **I** nog opsplitsen in een horizontale component I_h en een verticale component I_v

De lengte van I_h , in de illustraties de afstand die de kogel aflegt naar rechts, is niet afhankelijk van de zwaartekracht, want de verticale zwaartekracht kan geen invloed uitoefenen op een horizontaal moment. De lengte van I_v , de maximale hoogte ten opzichte het kanon, is wel afhankelijk van de zwaartekracht. I_v is het grootst als de kogel vertikaal omhoog wordt geschoten.

Lengte van **Z**, het verticale segment in de eerste illustratie, is volgens de formule van Newton (graviteits

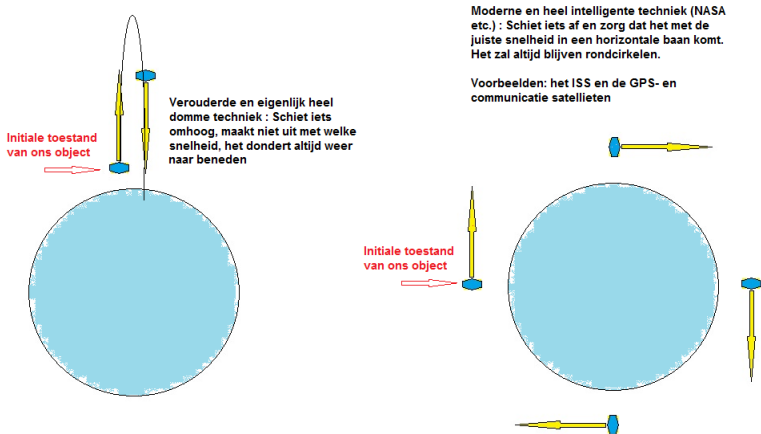
versnelling gemakshalve afgerond naar 10 en in dit verhaaltje als een constante waarde beschouwd) :

$$Z = 1/2 * 10 * T^2$$

Laten we nu eens wat gaan nadenken over hoe het resultaat van traagheid of inertie, enerzijds, en die van de zwaartekracht, anderzijds, zich onderling verhouden in de tijd.

Ik stel voor twee gevallen te beschouwen :

- 1. Een projectiel wordt vertikaal omhoog afgeschoten. We gaan onderzoeken welke hoogte ons projectiel zal bereiken voordat het weer terugvalt naar de aarde.*
- 2. Een object vliegt horizontaal. We gaan hiermee onderzoeken hoe de zwaartekracht een horizontaal vliegende satelliet in een mooie baan om de aarde laat vliegen en dus in wezen van de (horizontale) rechte lijn een cirkel maakt. Want hoe kan dat? De definitie uit de ballistiek postuleert hierboven toch dat twee loodrecht op elkaar staande krachten elkaar niet kunnen beïnvloeden?*



Hierboven een illustratie waarmee ik duidelijk wil stellen waar het heen gaat. Links het vertikaal afgeschoten, rechts de horizontaal (want evenwijdig aan het aardoppervlak) vliegende object.

Deze illustratie kan misschien bevorderen dat het volgende betoog u niet zal afschrikken als niet te verteren formule modder maar, integendeel, een bron zal zijn van enig kostelijk vermaak.

1. Het vertikaal omhoog geschoten projectiel

Ik neem voor ons projectiel eerst maar eens een beginsnelheid **S** die we ons gemakkelijk kunnen voorstellen, te weten de snelheid van een auto op de snelweg.

$$S = 120 \text{ km/u} = 120 * 1000 / 3600 = 33,3 \text{ m/s}$$

Hoe staat de zaak ervoor na 5 seconden?

$$l_v = T * S = 5 * 33,3 = 165 \text{ m (omhoog)}$$

$$Z = 1/2 * 10 * 5^2 = 125 \text{ m (neerwaarts)}$$

Dus: na vijf seconden is het projectiel op een hoogte van $165 - 125 \text{ m} = 40 \text{ m}$.

Ik voel eigenlijk aan m'n water dat het ook niet veel hoger zal komen... Hoe staat de zaak ervoor na 7 seconden?

$$l_v = T * S = 7 * 33,3 = 233 \text{ m}$$

$$Z = 1/2 * 10 * 7^2 = 245 \text{ m}$$

Dus: na zeven seconden is het projectiel, zou het aardoppervlak van badschuim zijn, op $233 - 245 = -12 \text{ m}$
Twaalf meter onder de grond...

120 km per uur is blijkbaar peanuts wil je echt proberen definitief los komen van de grond. En 14000 km/u (de snelheid van een GPS satelliet), vertikaal omhoog? Hoever kom je daarmee?

Even rekenen...

$$S = 14000 \text{ km/u} = 14000 * 1000 / 3600 = 3889 \text{ m/s}$$

Hoe staat de zaak ervoor na 5 minuten = 300 seconden?

$$l_v = T * S = 300 * 3889 = 1\,166\,700 \text{ m (omhoog)}$$

$$Z = 1/2 * 10 * 300^2 = 450\,000 \text{ m (omlaag)}$$

Dus: na 300 seconden is het projectiel op een hoogte

van 1 166 700 – 450 000= 716 700 m.

Ik voel weer aan m'n water dat het ook niet veel hoger zal komen... Hoe staat de zaak ervoor na 10 minuten = 600 seconden ?

$$I_v = T * S = 600 * 3889 = 2\ 333\ 400 \text{ m (omhoog)}$$

$$Z = 1/2 * 10 * 600^2 = 1\ 800\ 000 \text{ m (omlaag)}$$

Dus: na 600 seconden is het projectiel op een hoogte van 2 333 400 – 1 800 000 = 533 400 m. En is dus al op de weg naar beneden want lager dan na 5 minuten.

(Men kan mij tegenwerpen, dat de zwaartekracht afneemt naarmate een satelliet zich verder verwijderd van de aarde. Dat klopt. Maar ten eerste is die afname op pakweg 1000 km boven de aardkorst weliswaar niet nul, maar ook niet zodanig dat mijn verhaal daardoor in de prullebak kan. Ten tweede richt ik mij aan een publiek van Jannen met de Pet, differentiaal- en integraal rekening enzo, daar doen we maar zonder. En ten derde, beste criticus, kunnen we het over die afname hebben in een ander gesprekje. Zon en maan. Hoe werkt de zwaartekracht over zulke afstanden als g kwadratisch afneemt met de afstand tot het middelpunt van het betrokken hemellichaam?)

Hoe staat de zaak ervoor na 15 minuten = 900 seconden ?

$$I_v = T * S = 900 * 3889 = 3\ 500\ 100 \text{ m (omhoog)}$$

$$Z = 1/2 * 10 * 900^2 = 4\ 050\ 000 \text{ m (omlaag)}$$

Dus: na 900 seconden is het projectiel op een hoogte van $3\,500\,100 - 4\,050\,000 = -549\,900$ m.

Hetgeen betekent dat een kogel, vertikaal afschoten vanaf het aardoppervlak met de snelheid van een GPS satelliet (die 39 jaar lang zijn afstand tot de globe perfect weet te behouden), te weten 14000 km/u, na een kwartiertje 549 km onder de grond zit, zou die grond van ontvette nepslagroom uit een spuitbusje zijn gemaakt.

Tja, wat moeten we daar nu van denken? Voelt u, beste lezers, dat de schoen heel erg wringt in het model van die eeuwig rond een planeet draaiende satellieten? Een constante snelheid blijkt zich niet te kunnen meten aan een versnelling. Het lijkt erop dat het niet uitmaakt met welke snelheid je een projectiel zonder eigen voortstuwingsmechanisme de ruimte inschiet. Het zal altijd worden teruggehaald door de zwaartekracht. What goes up must come down, said the clown!

Mocht u het daar niet mee eens zijn, dan kan één van de toehoorders me misschien kort en bondig verklaren, hoe een zich evenwijdig aan het aardoppervlak bewegende satelliet nooit op de planeet valt, terwijl een met dezelfde snelheid vertikaal omhooggeschoten object zich binnen een kwartier al te pletter slaat!

Oh ja, nog even terzijde. Bovenstaande geldt natuurlijk ook voor bijvoorbeeld de maan en haar baan om de aarde. Dat de maan er is en, voor zover ik het kan beoordelen, om de aarde draait, dat zal niemand in twijfel brengen. Ik niet tenmiste. Maar de manier waarop en waarom, de uitleg ervan, het model, dwz de maan als

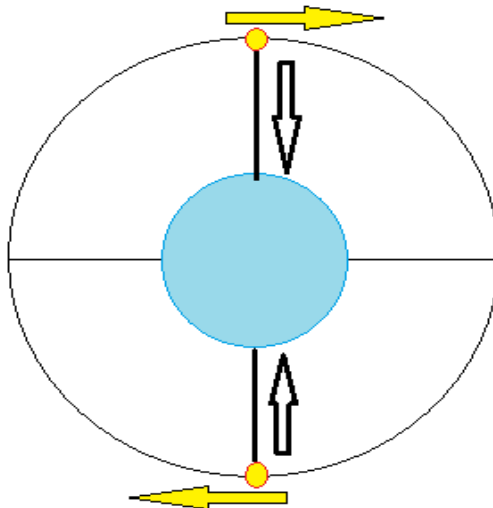
een steen aan een touwtje verbonden met de aarde door de zwaartekracht, dat model klopt niet. Waarom niet? Heel simpel. De kracht waarmee het touwtje de steen vasthoudt, resulteert niet in een versnelling, maar in een uitsluitend de middelpuntvliedende inertie van de steen balancerende tegendruk.

Hetgeen me er pijnlijk aan doet herinneren, dat ik de toevoerder een tweede demonstratie schuldig ben en dat een groot deel van mijn voorgenomen praatje nog vorm moet krijgen. Waar ben ik aan begonnen, zweet, zweet....

2. Het horizontaal vliegende object

De ballistiek leert ons dat een verticale kracht niet een horizontale kracht kan beïnvloeden. Uit de illustraties hierboven blijkt, dat een onder een bepaalde hoek afgeschoten kogel na een tijd T , met of zonder zwaartekracht, horizontaal (op de illustraties naar rechts) even ver komt. De zwaartekracht kan de kogel wel naar beneden trekken, maar niet de horizontale snelheid van de kogel beïnvloeden.

Echter, beschouwen we een om de aarde draaiende satelliet, of een aan een touwtje rondgedraaide steen,



dan moeten we vaststellen dat, na een omwenteling van 180° , zowel satelliet als steen in precies de tegenovergestelde richting vliegen:

Er zijn maar twee krachten, zwaartekracht (zwarte pijl) en traagheid (gele pijl). Deze staan loodrecht op elkaar en kunnen elkaar niet beïnvloeden. Toch staat de gele pijl boven naar **rechts**, de gele pijl onder naar **links**. Hoe kan dat? De steen boven wil rechtdoor naar rechts, maar vliegt onder geheel de andere kant op!

Deze steen aan het touwtje biedt ons een eenvoudig model aan om die vraag *Hoe kan dat?* te beantwoorden. Dat de steen zich onder een hoek van 90 graden ten opzichte van het touwtje verplaatst, dat is het touwtje om het even. Het enige wat het touwtje tegenstaat, wat het absoluut niet wil, want het wil niet knappen, dat is dat de steen zich zou verwijderen van het middelpunt van de cirkel met het touwtje als straal. Hetgeen gebeurt zo gauw de steen zich niet meer onder de zojuist genoemde hoek van 90 graden ten opzichte van het touwtje verplaatst.

De grootte van de trekkracht, we zullen haar **TK** noemen, waarmee het touwtje aan de steen trekt, is afhankelijk van de richting waarin de steen vliegt. Is de richting een raaklijn aan de cirkel en ligt de steen op de cirkel, dan geldt **TK = 0** en kan de steen vliegen naar hartelust *in een rechte lijn*, zoals voorgeschreven door de traagheidswet. Echter, het vliegplezier duurt maar even, want die rechte lijn volgt de cirkel niet en de verwijdering die meteen ontstaat tussen cirkel en rechte lijn, daar heeft

het touwtje een hekel aan. En zo gauw de baan van de steen niet meer een raaklijn aan de cirkel is, met de steen als het punt op de cirkel, daar de steen door zijn rechtlijnige vlucht de cirkel verlaten heeft, staat **TK** niet meer loodrecht op de kracht opgewekt door de traagheid van het object en kan **TK** aan de steen gaan trekken. Met als gevolg een vermindering van de kinetische energie van het object dat onherroepelijk door **TK** zal worden afgeremd. Ergo, de steen kan alleen blijven vliegen omdat Thierry de Slingeraar er energie instopt en met zijn arm blijft draaien. En die extra energie van een dappere krijger, beste lezers en luisteraars, daarvan blijft nu juist onze science fiction satelliet, zonder motortje noch brandstof, verstoken. Hetgeen inhoudt, dat er voor de satelliet zonder voortstuwing (waar zou het motortje zich trouwens tegen afzetten in de lege ruimte) niets anders opzit dan in een steeds nauwer wordende spiraal naar beneden te dwarrelen richting moeder aarde.

Een laatste opmerking is hier misschien nog wel op z'n plaats.

De vergelijking tussen zwaartekracht en satelliet enerzijds, touwtje en rondgedraaide steen anderzijds, is er één waarmee men òf door een ander met een kluitje in het riet wordt gestuurd, òf zichzelf op het verkeerde spoor brengt. De zwaartekracht is onafhankelijk van de snelheid van de sateliet. De kracht waarmee het touwtje aan de steen trekt daarentegen, is uitsluitend afhankelijk van de hoeksnelheid van de steen en wordt er zelfs door gecreëerd.

Conclusie: òf ik ben gek, hetgeen niet absoluut

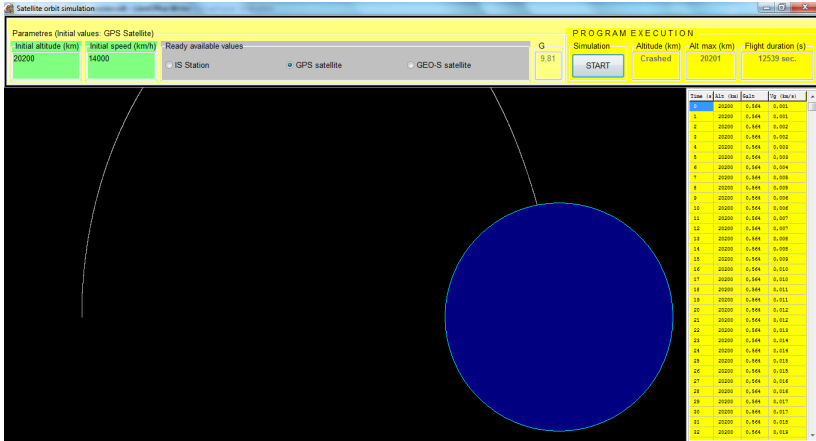
uitgesloten is natuurlijk, òf alle wis- en natuurkundigen die met het steen-aan-een-touwtje model voor een satelliet omloopbaan aankomen zijn het. Òf ze nemen iedereen in de maling, want ze houden wel van een geintje op z'n tijd. Dat kan ook natuurlijk. En zou dat laatste het geval zijn, dan heeft de grap nu lang genoeg geduurd. Lijkt me. Er ligt een andere en hogere taak voor de mensheid weggelegd dan hoofdzakelijk elkaar uitbuiten en voor de gek houden.

Hooggeachte lezer of luisteraar, mijn dank voor uw aandacht en tot een volgende causerie.

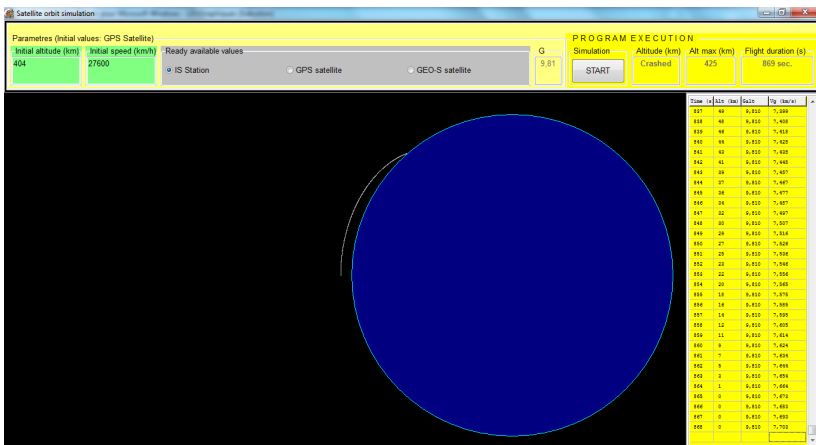
Saperien

P.S.

Met een vrij eenvoudig computer programma kan het één en ander mooi worden geïllustreerd. Hieronder een paar screenshots. Wij sturen graag een download link van het programma naar diegene die over een PC beschikt en het allemaal zelf eens met eigen ogen wil aanschouwen.



Illustratie 1 : De GPS satelliet ligt na pakweg 3 1/2 uur grond



Illustratie 1 : Het ISS ligt binnen een kwartier op apegapen